



Uluslararası Matematik Olimpiyatı
“Birlik Formülü”/“Üçüncü Milyenyum”
2024–2025 Eğitim Yılı. Eleme Turu
R5. Sınıf / Problemler



Problemlerin çözümlerini elektronik bir şekilde (örneğin .doc formatı veya tarama) yollayınız. Bazı detaylar formulo.org/tr/olymp/2024-math-tr/ web sitesindedir. Çözümleri yollamak için son tarih — 10 Kasım 2024 saat 23:59:59 (UTC)'dir (yani Türkiye vakti ile 11 Kasım saat 02:59:59).

Lütfen soruları tek başınıza çözünüz. Soruların çoğunun çözümlerinin yanı sıra kanıtlarında gerektirdiğini unutmayın. Kağıtta katılımcının hiçbir kişisel verisi bulunmamalıdır, kağıdınıza isim ve soyisim yazılmamalıdır.

1. 2×4 'lük bir dikdörtgenin komşu hücrelerine, herhangi iki sayının toplamı asal sayı olacak şekilde tek basamaklı sayıları tekrarsız olarak yerleştirmek mümkün müdür?

Not. Asal sayının, yalnızca bire ve kendisine bölünebilen, 1'den büyük bir tam sayı olduğunu hatırlayın.
(M. Karlukova)

2. Birinci sınıf öğrencisi Paul, kibrit çöplerini kullanarak $88 + 5 = 93$ eşitliği oluşturdu (sağda görebilirsiniz). Öğretmen ona 'mükemmel' notu verdi.

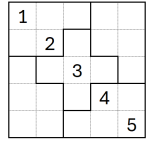
(a) Eşitliğin doğru kalması için Paul'un örneğindeki tam olarak bir kibrit çöpünü hareket ettirerek birinci sınıf öğrencisi Andrew'un 'mükemmel' bir not almasına yardımcı olun. $88 + 5 = 93$

(b) Kibrit çöpleriyle dizilmiş 5 farklı rakamı kullanarak kendi geçerli örneğinizi bulun, böylece tekrar geçerli bir eşitliği elde etmek için bir kibrit çöpü bir rakamdan diğerine hareket ettirilebilir (başka bir deyişle, aritmetik işlem işaretleri değiştirilemez, ve "=" işaretinin üzeri çizilemez). Tüm rakamların örnekleri sağda gösterilmektedir. $1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8\ 9\ 0$

(P. Mulenko)

3. Sağda gösterilen figürlü sudoku'nun kaç çözümü var? Sadece tüm çözümleri bulmayı değil, hepsini bulduğunuzu açıklamayı da unutmayın.

Not. 5×5 figürlü sudoku kurallarına göre, 1'den 5'e kadar olan tüm sayılar her satırda, sütunda ve vurgulanan her blokta görünmelidir.



(M. Karlukova)

4. Connor ve Mary, aşağıdaki kurallara göre bir satranç tahtasının karelerine + ve - işaretlerini sırayla yerleştirir (Connor başlar).

- Her hamlede, oyuncu herhangi bir boş kareyi seçer ve içine kendi seçtiği bir işareti yerleştirir.
- Bir oyuncunun hamlesinden sonra, seçilen renkteki karelerde eşit sayıda artı ve eksi varsa, o oyuncu otomatik olarak kaybeder.
- Tahta işaretlerle dolduktan sonra, hangi işaretlerin daha fazla sayıda olduğu belirlenir (siyah ve beyaz kareler için ayrı ayrı). Bir rengin daha fazla artışı ve diğerinin daha fazla eksisi varsa, Mary kazanır; aksi takdirde, Connor kazanır.

Zaferlerini kim garantileyebilir ve kazanmak için nasıl hareket etmelidirler?

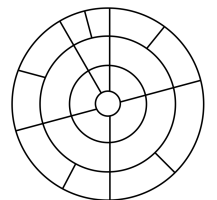
(P. Mulenko)

5. Olimpiyatın Final turu aşamasına katılmak için birkaç çocuk geldi.

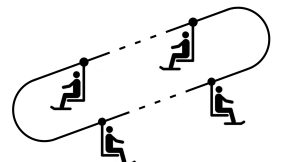
- Bunların arasında, her biri tam olarak dört erkek çocuğu tanıyan iki kız var.
- Her biri tam olarak iki erkek çocuğu tanıyan beş kız var.
- Geriye kalan kızların her biri (eğer varsa) tam olarak üç erkek çocuğu tanıyor.
- Her erkek dört kız çocuğu tanıyor.

Olimpiyata gelebilecek en az kız sayısı kaçtır? Bunun gerçekten de en az sayı olduğunu kanıtlamayı unutmayın.
(L. Koreshkova)

6. Şirketin ofisi bir iş merkezinin ayrı bir katında yer almaktadır (şekle bakınız). Her oda bir müdür tarafından yönetilen bir departman içerir. Şirket müdürü bazı departman başkanlarını baş müdür olarak terfi ettirmeye karar vermiştir. Ancak, iki komşu departmanın baş müdürler tarafından yönetilmesine izin verilmez (aksi takdirde, kimin daha önemli olduğu konusunda duvarın arkasından tartışılır). Terfi ettirilebilecek en fazla müdür sayısı kaçtır? Bu sayının neden gerçekten en fazla olduğunu açıklamayı unutmayın.
(I. Tumanova)

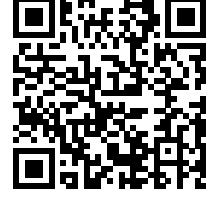


7. Kayak liftindeki sandalyeler sırayla numaralandırılmıştır: 1, 2, 3, vb. Her bir bitişik sandalye çifti arasındaki mesafeler aynıdır. Bir fırtına sırasında kayak lifti durur ve o anda 22 numaralı sandalye 59 numaralı sandalye ile aynı yükseklikteyken 93 numaralı sandalye 142 numaralı sandalye ile aynı yükseklikteydi. Kayak liftindeki sandalye sayısını bulunuz.
(L. Koreshkova)





Uluslararası Matematik Olimpiyatı
“Birlik Formülü”/“Üçüncü Milenyum”
2024–2025 Eğitim Yılı. Eleme Turu
R6. Sınıf / Problemler



Problemlerin çözümlerini elektronik bir şekilde (örneğin .doc formatı veya tarama) yollayınız. Bazı detaylar formulo.org/tr/olymp/2024-math-tr/ web sitesindedir. Çözümleri yollamak için son tarih — 10 Kasım 2024 saat 23:59:59 (UTC)'dir (yani Türkiye vakti ile 11 Kasım saat 02:59:59).

Lütfen soruları tek başınıza çözünüz. Soruların çoğunun çözümlerinin yanı sıra kanıtlarında gerektirdiğini unutmayın. Kağıtta katılımcının hiçbir kişisel verisi bulunmamalıdır, kağıdınıza isim ve soyisim yazılmamalıdır.

1. 1'den 8'e kadar olan tüm sayıları 2×4 'lük bir dikdörtgenin komşu hücrelerine, herhangi iki sayının toplamı asal sayı olacak şekilde yerleştirmek mümkün müdür?

Not. Asal sayının, yalnızca bire ve kendisine bölünebilen, 1'den büyük bir tam sayı olduğunu hatırlayın.
(*M. Karlukova*)

2. Bağımsız çalışmada, öğretmen 10 öğrenciden her birine kareli kağıt üzerine çizgileri boyunca çizilen, alanı 10 hücre olan bir çokgen verdi ve onlardan çevresini hesaplamalarını istedi (her öğrenciye kendi çokgeni verildi). Tüm öğrencilerin 13 ile 22 arasında değişen farklı cevapları olduğu ortaya çıktı. Aralarındaki en az yanlış cevap sayısı kaçtır?
(*S. Pavlov*)

3. Connor ve Mary, aşağıdaki kurallara göre 8×8 'lik bir tahtanın karelerine + ve - işaretlerini sırayla yerleştirir (Connor başlar).

- Her hamle öncesinde, oyuncu bir işaret ve bir renk (kırmızı, yeşil veya mavi) seçer ve seçilen işareti seçilen renkle tahtadaki herhangi bir boş kareye yazar.
- Bir oyuncunun hamlesinden sonra, seçilen rengin eşit sayıda artı ve eksisi varsa, o oyuncu otomatik olarak kaybeder.
- Tahta işaretlerle dolduktan sonra, her renk için hangi işaretlerin daha fazla olduğu belirlenir. Bir veya üç renkte daha fazla eksi varsa, Mary kazanır; aksi takdirde, Connor kazanır.

Zaferlerini kim garantileyebilir ve kazanmak için nasıl hareket etmelidirler?
(*P. Mullenko*)

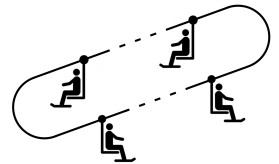
4. Olimpiyatın Final turu aşamasına katılmak için birkaç çocuk geldi.

- Bunların arasında, her biri tam olarak dört erkek çocuğu tanıyan iki kız var.
- Her biri tam olarak üç erkek çocuğu tanıyan üç kız var.
- Geriye kalan kızların her biri (eğer varsa) tam olarak iki erkek çocuğu tanıyor.
- Hiçbir erkek dörtten fazla kız tanımıyor.

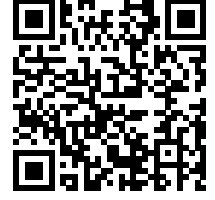
Olimpiyata toplam 15 çocuk katılırsa en fazla kız sayısı kaçtır? Bunun gerçekten de en fazla sayı olduğunu kanıtlamayı unutmayın.
(*L. Koreshkova*)

5. Her harfi ayrı bir rakamı temsil eden üç basamaklı rastgele bir sayıyı $\overline{f\overline{d}i}$ olarak gösterelim. \overline{idf} , \overline{fdi} 'nin katı olacak şekilde kaç $\overline{f\overline{d}i}$ sayısı vardır?
(*L. Koreshkova*)

6. Kayak liftindeki sandalyeler sırayla numaralandırılmıştır: 1, 2, 3, vb. Her bir bitişik sandalye çifti arasındaki mesafeler aynıdır. Bir fırtına sırasında kayak lifti durur ve o anda 22 numaralı sandalye 59 numaralı sandalye ile aynı yükseklikteyken 93 numaralı sandalye 142 numaralı sandalye ile aynı yüksekliktedir. Kayak liftindeki sandalye sayısını bulunuz.
(*L. Koreshkova*)



7. Sophie'nin yedi arkadaşı var: Alice, Bella, Dana, Grace, Helena, Jenna, Vicky. Fotoğrafları (toplam 7 fotoğraf — her arkadaş için bir tane) rastgele sırayla iki yığında toplanmış. Sophie, tek bir hamlede herhangi bir yığının en üstünden birkaç (bir veya daha fazla) ardışık fotoğraf alıyor ve sırayı değiştirmeden diğer yığının üstüne koyuyor. Sophie, en fazla 13 hamleden sonra fotoğrafları her zaman arkadaşlarının isimlerinin alfabetik sırasına göre (aşağıdan yukarıya doğru listeleme) tek bir yığına yerleştirebiliyor mu?
(*S. Pavlov*)



R7. Sınıf / Problemler

Problemlerin çözümlerini elektronik bir şekilde (örneğin .doc formatı veya tarama) yollayınız. Bazı detaylar formulo.org/tr/olymp/2024-math-tr/ web sitesindedir. Çözümleri yollamak için son tarih — 10 Kasım 2024 saat 23:59:59 (UTC)'dir (yani Türkiye vakti ile 11 Kasım saat 02:59:59).

Lütfen soruları tek başınıza çözünüz. Soruların çoğunun çözümlerinin yanı sıra kanıtlarında gerektirdiğini unutmayın. Kağıtta katılımcının hiçbir kişisel verisi bulunmamalıdır, kağıdınıza isim ve soyisim yazılmamalıdır.

- 1'den 9'a kadar olan tüm sayıları 3×3 'lük bir kareye, yan yana komşu olan herhangi iki sayının toplamı asal sayı olacak şekilde yerleştirmek mümkün müdür? (M. Karlukova)
- Kate, defterine kenarları çift sayılı 2 hücreden 2024 hücreye kadar kareler çizdi. Ivy, Kate'in her karesinin altına aynı çevreye sahip ancak genişliği karenin genişliğinden 1 eksik olan bir dikdörtgen çizdi. Hangi kızın toplam alanı (hücre olarak) daha büyüktür ve ne kadar? (P. Mullenko)
- $a < b < c < d$ farklı rakamların tüm dörtlülerini bulunuz, öyle ki $\overline{ab} \cdot \overline{dc} = \overline{ba} \cdot \overline{cd}$.
Not. \overline{ab} notasyonu, a ve b rakamlarıyla yazılan iki basamaklı bir sayı anlamına gelir. (L. Koreshkova)
- Connor ve Mary, aşağıdaki kurallara göre 8×8 'lik bir tahtanın karelerine $+1$ ve -1 işaretlerini sırayla yerleştirir (Connor başlar).

- Her hamle öncesinde, oyuncu bir sayı ve bir renk (kırmızı, yeşil veya mavi) seçer ve seçilen sayıyı seçilen renkle tahtadaki herhangi bir boş kareye yazar.
- Bir oyuncunun hamlesinden sonra, seçilen rengin sayılarının toplamı sıfıra eşitse, o oyuncu otomatik olarak kaybeder.
- Tahta sayılarla dolduktan sonra, her rengin sayılarının toplamları hesaplanır. Bu toplamların çarpımı pozitifse, Connor kazanır; negatifse, Mary kazanır; hiçbir renk hiç kullanılmamışsa, sayıma dahil edilmeyiz.

Zaferlerini kim garantileyebilir ve kazanmak için nasıl hareket etmelidirler? (P. Mullenko)

- Sophie'nin on arkadaşı var: Alice, Chloe, Diana, Fiona, Inna, Jenna, Karina, Lily, Mary, Olivia. Fotoğrafları (toplam 10 fotoğraf — her arkadaş için bir tane) rastgele sırayla iki yığında toplanmış. Sophie, tek bir hamlede herhangi bir yığının en üstünden birkaç (bir veya daha fazla) ardışık fotoğraf alıyor ve sırayı değiştirmeden diğer yığının üstüne koyuyor. Sophie, en fazla 21 hamleden sonra fotoğrafları her zaman arkadaşlarının isimlerinin alfabetik sırasına göre (aşağıdan yukarıya doğru listeleme) tek bir yığına yerleştirebiliyor mu? (S. Pavlov)

- Olimpiyatın Final turu aşamasına katılmak için birkaç çocuk geldi.

- Bunların arasında, her biri tam olarak dört erkek çocuğu tanıyan iki kız var.
- Her biri tam olarak üç erkek çocuğu tanıyan üç kız var.
- Geriye kalan kızların her biri (eğer varsa) tam olarak iki erkek çocuğu tanıyor.
- Aynı cinsiyetten iki çocuk birbirini tanımıyor.
- Eğer iki çocuk birbirini tanıyorsa, her biri diğerine kağıtta mesaj gönderebilir.

Her kızın herhangi bir erkeğe (tanımadığı birine bile diğer çocuklar aracılığıyla) kağıtta mesaj gönderebileceği ortaya çıktı; ancak organizatörler birbirlerini tanıyan en az bir çocuk çiftini yakından izlemeye başlarsa, bu olasılık ortadan kalkacaktır (yani artık birbirlerine kağıtta mesaj gönderemeyecek bir erkek ve kız olacaktır). Olimpiyata kimler daha fazla sayıda geldi, erkekler mi kızlar mı ve ne kadar fazla?

(L. Koreshkova, P. Mullenko)

- İki otomatik satış makinası aynı burgeri satıyor, ancak her biri bozuk ve ekrandaki tüm sayıları sabit bir değerle değiştiriyor (diğer tüm bilgiler doğru).

Bu makinelerin bakımını yapan şirket, onarımlar sırasında uygun bildirimleri görüntülemeye karar verdi. Ekranlarda şunlar belirdi:

Diğer makine ekranda tüm sayıları gerçekte olduklarından 2 daha fazla gösteriyor.

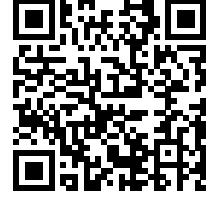
Hamburger: \$2

Diğer makine ekranda tüm sayıları gerçekte olduğundan 8 eksik olarak gösteriyor.

Hamburger: \$10

Bir hamburgerin gerçek fiyatı ne kadar?

(P. Mullenko)



R8. Sınıf / Problemler

Problemlerin çözümlerini elektronik bir şekilde (örneğin .doc formatı veya tarama) yollayınız. Bazı detaylar formulo.org/tr/olymp/2024-math-tr/ web sitesindedir. Çözümleri yollamak için son tarih — 10 Kasım 2024 saat 23:59:59 (UTC)'dir (yani Türkiye vakti ile 11 Kasım saat 02:59:59).

Lütfen soruları tek başınıza çözünüz. Soruların çoğunun çözümlerinin yanı sıra kanıtlarında gerektirdiğini unutmayın. Kağıtta katılımcının hiçbir kişisel verisi bulunmamalıdır, kağıdınıza isim ve soyisim yazılmamalıdır.

1. Satranç taşı «*fila*» bir hamlede fil gibi, bir sonraki hamlede at gibi, sonra tekrar fil gibi hareket eder ve bu şekilde devam eder (başka bir deyişle, fil ve atın hareketleri dönüşümlüdür). Satranç tahtasını tam olarak bir kez ziyaret ederek geçebilir mi? (O. Pyayve)
2. Bir oyuncak inşaat seti beyaz küplerden oluşur. Paul tüm küplerden büyük bir küpü birleştirir, sonra büyük küpün 4 yüzünü seçer ve onları kırmızıya boyar. Daha sonra büyük küpü parçalara ayırır ve en az bir yüzü kırmızıya boyanmış küpleri sayar. Paul 431 tane böyle küp elde eder. Bu olabilir mi? Eğer öyleyse, küplerin tüm olası toplam sayılarını bulunuz. (L. Koreshkova)
3. $ABCD$ yamuğunda, CD tabanı 24 'e eşittir, $AD = 44$ ve B açısı D açısının yarısıdır. Yamuk için mümkün olan en fazla alan kaçtır? (L. Koreshkova, A. Tesler)
4. İki otomatik satış makinası aynı burgeri satıyor ancak her biri bozuk ve ekrandaki tüm sayıları sabit bir değerle çarparak değiştiriyor (diğer tüm bilgiler doğru).

Bu makinelerin bakımını yapan şirket, onarımlar sırasında uygun bildirimleri göstermeye karar verdi. Ekranlarda şunlar görüldü:

Diğer makine ise ekrandaki tüm sayıları gerçekte olduğundan %100 daha fazla gösteriyor.

Hamburger: \$2

Diğer makine ise ekranda tüm sayıları gerçekte olduğundan 6 kat daha az gösteriyor.

Hamburger: \$12

Bir burgerin gerçek fiyatı ne kadar?

(P. Mullenko)

5. Sophie'nin farklı isimlere sahip N arkadaşı var: Amelia, Bianca, Eliza, . . . , Yana. Fotoğrafları (toplam N fotoğraf — her arkadaş için bir tane) rastgele sırayla iki yığına toplanmış. Sophie, bir hamlede herhangi bir yığınin en üstünden birkaç (bir veya daha fazla) ardışık fotoğraf alıyor ve sırayı değiştirmeden diğer yığınin üstüne koyuyor. Sophie, en fazla $2N + 1$ hamleden sonra, fotoğrafları her zaman arkadaşlarının isimlerinin alfabetik sırasına göre (aşağıdan yukarıya doğru listeleme) tek bir yığına yerleştirebiliyor mu? (S. Pavlov)

6. Olimpiyatın Final turu aşamasına katılmak için birkaç çocuk geldi.

- Bunların arasında, her biri tam olarak dört erkek çocuğu tanıyan iki kız var.
- Her biri tam olarak üç erkek çocuğu tanıyan üç kız var.
- Geriye kalan kızların her biri (eğer varsa) tam olarak iki erkek çocuğu tanıyor.
- Aynı cinsiyetten iki çocuk birbirini tanımıyor.
- Eğer iki çocuk birbirini tanıyorsa, her biri diğerine kağıtta mesaj gönderebilir.

Her kızın herhangi bir erkeğe (tanımadığı birine bile diğer çocuklar aracılığıyla) kağıtta mesaj gönderebileceği ortaya çıktı; ancak organizatörler birbirlerini tanıyan en az bir çocuk çiftini yakından izlemeye başlarsa, bu olasılık ortadan kalkacaktır (yani artık birbirlerine kağıtta mesaj gönderemeyecek bir erkek ve kız olacaktır). Olimpiyata kimler daha fazla sayıda geldi, erkekler mi kızlar mı ve ne kadar fazla?

(L. Koreshkova, P. Mullenko)

7. Alex, Walter, Ruby ve Roxanne, farklı sıfır olmayan rakamlardan oluşan doğal 5 basamaklı sayılar oluşturuyorlar.

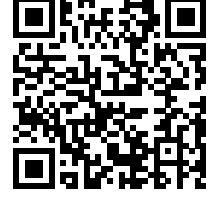
- Alex, ilk basamağı 1 olan tüm sayıları yazıyor.
- Walter, ilk iki basamağı 1 ve 2 olan tüm sayıları rastgele bir sırayla yazıyor.
- Ruby, ilk üç basamağı 1, 2 ve 3 olan tüm sayıları rastgele bir sırayla yazıyor.
- Roxanne, ilk dört basamağı 1, 2, 3 ve 4 olan tüm sayıları rastgele bir sırayla yazıyor.

Listelerinde hiçbirinde farklı sıfır olmayan rakamlardan oluşan kaç beş basamaklı sayı görünmedi?

(L. Koreshkova)



Uluslararası Matematik Olimpiyatı
“Birlik Formülü”/“Üçüncü Milenyum”
2024–2025 Eğitim Yılı. Eleme Turu



R9. Sınıf / Problemler

Problemlerin çözümlerini elektronik bir şekilde (örneğin .doc formatı veya tarama) yollayınız. Bazı detaylar formulo.org/tr/olymp/2024-math-tr/ web sitesindedir. Çözümleri yollamak için son tarih — 10 Kasım 2024 saat 23:59:59 (UTC)'dir (yani Türkiye vakti ile 11 Kasım saat 02:59:59).

Lütfen soruları tek başınıza çözünüz. Soruların çoğunun çözümlerin yanısıra kanıtları da gerektirdiğini unutmayın. Kağıtta katılımcının hiçbir kişisel verisi bulunmamalıdır, kağıdınıza isim ve soyisim yazılmamalıdır.

1. Birkaç çocuk, kazananın sınıf kralı unvanını kazanacağı bir dizi eleme testi yapmaya karar verdi. Okul gazetesiyile yapılan bir röportajda, kazanan şunları söyledi:

- İlk ve son testlerin toplamında, diğer tüm testlerin toplamındaki kadar katılımcı elendi.
- İkinci testteki elenen katılımcı sayısı, toplamda tüm sonraki testlerdeki sayıyla aynıydı.
- İlk testte, en az sayıda katılımcı elendi.

Bir yerde hata yaptığınızı kanıtlayın.

(P. Mullenko)

2. Bir oyuncak inşaat seti beyaz küplerden oluşur. Paul tüm küplerden büyük bir küpü birleştirir, sonra büyük küpün 4 yüzünü seçer ve onları kırmızıya boyar. Daha sonra büyük küpü parçalara ayırır ve en az bir yüzü kırmızıya boyanmış küpleri sayar. Paul 500'den fazla ama 600'den az bu tür küp elde eder. Tam olarak kaç tane? Tüm olasılıkları bulunuz.

(L. Koreshkova)

3. ABC üçgeninde, $\angle A = 135^\circ$, $AB = 14$, $BC = 26$. H noktası, A noktasından yüksekliğin ayağıdır ve M , AC 'nin orta noktasıdır. HM 'yi bulunuz.

(L. Koreshkova)

4. $[x]^2 + \{x\}^2 = 2x^2$ denklemini çözünüz. (Burada $[x]$ ve $\{x\}$, x 'in tam sayı ve kesirli kısımlarıdır.)

(S. Pavlov)

5. $\frac{1}{n^2}$ biçimindeki bir kesre, n bir doğal sayı olmak üzere, tek kare adı verelim. İki tek kare kesrin toplamı olarak ifade edilebilecek en büyük tek kare kesri bulunuz.

(S. Pavlov, A. Tesler)

6. Olimpiyatın Final turu aşamasına katılmak için birkaç çocuk geldi.

- Bunların arasında, her biri tam olarak dört erkek çocuğu tanıyan iki kız var.
- Her biri tam olarak üç erkek çocuğu tanıyan üç kız var.
- Geriye kalan kızların her biri (eğer varsa) tam olarak iki erkek çocuğu tanıyor.
- Aynı cinsiyetten iki çocuk birbirini tanımıyor.
- Eğer iki çocuk birbirini tanıyorsa, her biri diğerine kağıtta mesaj gönderebilir.

Her kızın herhangi bir erkeğe (tanımadığı birine bile diğer çocuklar aracılığıyla) kağıtta mesaj gönderebileceği ortaya çıktı; ancak organizatörler birbirlerini tanıyan en az bir çocuk çiftini yakından izlemeye başlarsa, bu olasılık ortadan kalkacaktır (yani artık birbirlerine kağıtta mesaj gönderemeyecek bir erkek ve kız olacaktır). Olimpiyata kimler daha fazla sayıda geldi, erkekler mi kızlar mı ve ne kadar fazla?

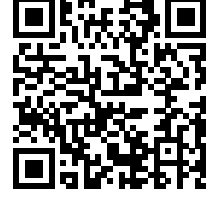
(L. Koreshkova, P. Mullenko)

7. Hücre sınırları boyunca 100×100 'lük bir kareyi, 2'den 2023'e kadar dikdörtgen kümesinin birleşiminin dikdörtgen olmaması için 2024 dikdörtgene kesmek mümkün müdür?

(A. Tesler)



Uluslararası Matematik Olimpiyatı
“Birlik Formülü”/“Üçüncü Milyenyum”
2024–2025 Eğitim Yılı. Eleme Turu



R10. Sınıf / Problemler

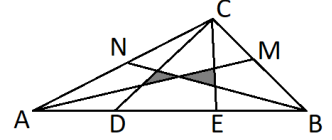
Problemlerin çözümlerini elektronik bir şekilde (örneğin .doc formatı veya tarama) yollayınız. Bazı detaylar formulo.org/tr/olymp/2024-math-tr/ web sitesindedir. Çözümleri yollamak için son tarih — 10 Kasım 2024 saat 23:59:59 (UTC)'dir (yani Türkiye vakti ile 11 Kasım saat 02:59:59).

Lütfen soruları tek başınıza çözünüz. Soruların çoğunun çözümlerinin yanı sıra kanıtlarında gerektirdiğini unutmayın. Kağıtta katılımcının hiçbir kişisel verisi bulunmamalıdır, kağıdınıza isim ve soyisim yazılmamalıdır.

1. 10A ve 10B sınıflarında 30'ar öğrenci vardır. 10A sınıfındaki erkeklerin boy ortalaması 10B sınıfındaki erkeklerin boy ortalamasından fazladır. 10A sınıfındaki kızların boy ortalaması 10B sınıfındaki kızların boy ortalamasından fazladır. 10A sınıfındaki tüm öğrencilerin boy ortalamasının 10B sınıfındaki tüm öğrencilerin boy ortalamasından az olması mümkün müdür? (A. Tesler)

2. f fonksiyonu $f(x) = \frac{2x}{3x^2 + 1}$ formülüyle tanımlanır. Herhangi iki reel karşılıklı ters sayı s ve t için $f(s) + f(t)$ toplamının 1'i geçmediğini kanıtlayınız. (S. Pavlov)

3. ABC üçgeninde, iki medyan AM ve BN çizilir. Üçüncü tepe noktası C , AB 'yi üç eşit parçaya bölen D ve E noktalarına bağlanır. Gölgelediği iki üçgen ABC üçgeninin alanının hangi kısmını kaplar? (L. Koreshkova)

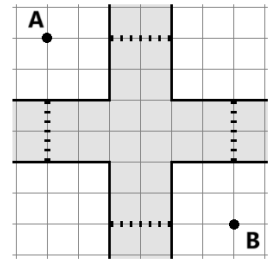


4. Bingo oyunu için bir torbada, şu sayılara sahip 10 adet tahta variller vardır: 1, 2, 3, 5, 7, 10, 20, 30, 53, 75. Torbadan üç adet tahta varil çıkarılır ve bunların düzenlenmesiyle oluşturulabilecek en büyük sayı kaydedilir. Örneğin, 7, 20, 30 tahta varilleri çıkarırsanız, 73020 sayısını kaydedersiniz. 2024'ten büyük kaç sayı kaydedilebilir? (L. Koreshkova)

5. Plan, Yatay ve Dikey caddelerin kesişimini göstermektedir (her hücrenin kenarı 5 metredir ve geçişler noktalı çizgilerle gösterilmiştir). Trafik ışıkları, aşağıdaki programa göre 2 dakikalık periyotlarla dönüşümlü olarak çalışır.

- 40 saniye – Yatay caddeyi geçen yayalar için yeşil ışık;
- sonraki 20 saniye – tüm yayalar için kırmızı;
- sonraki 40 saniye – Dikey caddeyi geçenler için yeşil ışık;
- ve son 20 saniye – tüm yayalar için kırmızı.

Edgar 1 m/s hızla yürür. Rastgele bir anda, A noktasından kuralları ihlal etmeden mümkün olan en hızlı şekilde B noktasına geçiyor. Edgar, her trafik ışığında sinyalin değişmesine ne kadar zaman kaldığını görebilir, bu nedenle zamanında bitiremezse caddeyi geçmeye başlamaz. Edgar'ın B noktasına ulaşması ortalama kaç saniye sürer? (A. Tesler)

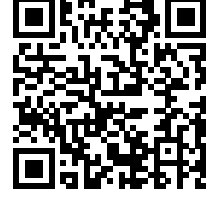


6. FI parçası, $A_1, A_2, \dots, A_{2n-1}$ ($n > 2$) noktalarıyla eşit yaylara bölünmüş bir yarım dairenin çapıdır. FI parçasına D noktası işaretlenir ve bazı k ($1 \leq k < \frac{n}{2}$) için A_kDA_{2n-k} ve $A_{n-k}DA_{n+k}$ açılarının sinuslerinin eşit olduğu ortaya çıkar. D 'nin FI parçasının orta noktası olduğunu kanıtlayın. (P. Mullenko)

7. Hücre sınırları boyunca 100×100 'lük bir kareyi, 2'den 2023'e kadar dikdörtgen kümesinin birleşiminin dikdörtgen olmaması için 2024 dikdörtgene kesmek mümkün müdür? (A. Tesler)



Uluslararası Matematik Olimpiyatı
“Birlik Formülü”/“Üçüncü Milyenyum”
2024–2025 Eğitim Yılı. Eleme Turu

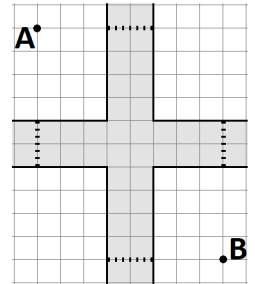


R11. Sınıf / Problemler

Problemlerin çözümlerini elektronik bir şekilde (örneğin .doc formatı veya tarama) yollayınız. Bazı detaylar formulo.org/tr/olymp/2024-math-tr/ web sitesindedir. Çözümleri yollamak için son tarih — 10 Kasım 2024 saat 23:59:59 (UTC)'dir (yani Türkiye vakti ile 11 Kasım saat 02:59:59).

Lütfen soruları tek başınıza çözünüz. Soruların çoğunun çözümlerinin yanı sıra kanıtlarında gerektirdiğini unutmayın. Kağıtta katılımcının hiçbir kişisel verisi bulunmamalıdır, kağıdınıza isim ve soyisim yazılmamalıdır.

- $[x]^2 + 2\{x\}^2 = 2x^2$ denklemini çözünüz. (Burada $[x]$ ve $\{x\}$, x 'in tam sayı ve kesirli kısımlarıdır.)
(S. Pavlov)
- Connor ve Mary, aşağıdaki kurallara göre 8×8 'lik bir tahtanın karelerine $+1$ ve -1 işaretlerini sırayla yerleştirir (Connor başlar).
 - Her hamle öncesinde, oyuncu bir sayı ve bir renk (kırmızı, yeşil veya mavi) seçer ve seçilen sayıyı seçilen renkle tahtadaki herhangi bir boş kareye yazar.
 - Bir oyuncunun hamlesinden sonra, seçilen rengin sayılarının toplamı sıfıra eşitse, o oyuncu otomatik olarak kaybeder.
 - Tahta sayılarla dolduktan sonra, her rengin sayılarının toplamı hesaplanır. Bu toplamın çarpımı pozitifse, Connor kazanır; negatifse, Mary kazanır; hiçbir renk hiç kullanılmamışsa, sayıma dahil edilmeyiz.Zaferlerini kim garantileyebilir ve kazanmak için nasıl hareket etmelidirler?
(P. Mulenko)
- $\frac{1}{n^2}$ biçimindeki bir kesre, n bir doğal sayı olmak üzere, *tek kare* adı verelim. İki tek kare kesrin toplamı olarak ifade edilebilecek en büyük tek kare kesri bulunuz.
(S. Pavlov, A. Tesler)
- Tepe noktasından geçmeyen bir çizgi, alanı 1 olan bir eşkenar üçgenin merkezinden çizilir. Üçgen bu çizgi boyunca katlanırsa, belirli bir dörtgen iki kez kaplanır. Bu dörtgenin mümkün olan en küçük alanı kaçtır?
(L. Koreshkova)
- Plan, Yatay ve Dikey caddelerin kesişimini göstermektedir (her hücrenin kenarı 5 metredir ve geçişler noktalı çizgilerle gösterilmiştir). Trafik ışıkları, aşağıdaki programa göre 2 dakikalık periyotlarla dönüşümlü olarak çalışır.
 - 40 saniye – Yatay caddeyi geçen yayalar için yeşil ışık;
 - sonraki 20 saniye – tüm yayalar için kırmızı;
 - sonraki 40 saniye – Dikey caddeyi geçenler için yeşil ışık;
 - ve son 20 saniye – tüm yayalar için kırmızı.Edgar 1 m/s hızla yürür. Rastgele bir anda, A noktasından kuralları ihlal etmeden mümkün olan en hızlı şekilde B noktasına geçiyor. Edgar, her trafik ışığında sinyalin değişmesine ne kadar zaman kaldığını görebilir, bu nedenle zamanında bitiremezse caddeyi geçmeye başlamaz. Edgar'ın B noktasına ulaşması ortalama kaç saniye sürer?
(A. Tesler)



- Alice'in okuduğu okulda 1, 2, 3, 4 ve 5 notları verilir. Alice ilk çeyrekte tam olarak 60 not almıştır. Bunları çarparak rakamların toplamı 12 olan bir sayı elde etmiştir. Alice'in notlarının mümkün olan en yüksek aritmetik ortalaması kaçtır?
(A. Tesler)
- Test uzmanının kare şeklinde bir test alanı vardır. Test alanının bilinen bir noktasında bulunan bir Kaynak, düz ve kavisli yollar boyunca yayılan ancak bariyerleri geçemeyen 10 tür radyasyon yayar (her radyasyon türünün kendine özgü bir bariyeri vardır). Radyasyon türleri iyi ve kötü olarak ayrılır (10 'unun da iyi veya 10 'unun da kötü olması mümkündür) ve test uzmanı hangi türlerin iyi olduğunu bilmez. En uygun yaşam bölgesi, tüm iyi radyasyon türlerinin ulaşabileceği ancak kötü radyasyon türlerinin ulaşamayacağı bölgedir. Test uzmanı deney için hazırlık yapmaktadır. Her bariyer test alanını iki parçaya bölecek şekilde 10 bariyer (her türden bir tane) kurar. Bundan sonra Kaynağı açar ve deney başlar. Test uzmanı, en uygun yaşam bölgesinin birbirine bağlı olmasını (yani birkaç ayrı parçadan oluşmamasını) ve alanının karenin alanının $\frac{1}{1024}$ 'ü olmasını ister. Test uzmanı bariyerleri bunu garanti edecek şekilde kurabilir mi? İki bariyerin yalnızca sınırlı sayıda ortak noktası olabilir ve bir bariyer Kaynak'tan geçemez.
(A. Tesler)